



**С. В. Иваница**

**АРИФМЕТИКО-ЛОГИЧЕСКИЕ  
ОСНОВЫ ЦИФРОВЫХ  
АВТОМАТОВ**

---

---

**арифметика чисел  
с фиксированной запятой**

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ  
ДОНЕЦКОЙ НАРОДНОЙ РЕСПУБЛИКИ  
ГОСУДАРСТВЕННОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ  
ВЫСШЕГО ПРОФЕССИОНАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ  
«ДОНЕЦКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»

**С. В. Иваница**

**АРИФМЕТИКО-ЛОГИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ  
ЦИФРОВЫХ АВТОМАТОВ  
АРИФМЕТИКА ЧИСЕЛ  
С ФИКСИРОВАННОЙ ЗАПЯТОЙ**

Учебник  
для обучающихся образовательных учреждений  
высшего профессионального образования

Рекомендовано Министерством образования и науки  
Донецкой Народной Республики  
(приказ № 746 от 06.09 2021 г.)



*Посвящается 100-летию со дня основания  
Донецкого национального технического университета*

Донецк  
2021

УДК 004.312.44(075.8)+004.222.2(075.8)

ББК 32.973.26-018я73

И19

Рекомендовано Министерством образования и науки

Донецкой Народной Республики

в качестве учебника для обучающихся образовательных учреждений высшего профессионального образования (приказ № 746 от 06 сентября 2021 г.)

**Рецензенты:**

*Чепцов Михаил Николаевич* — доктор технических наук, профессор, ректор ГООВПО «ДОНИЖТ», г. Донецк;

*Толстых Виктор Константинович* — доктор физико-математических наук, доктор технических наук, профессор кафедры компьютерных технологий ГОУВПО «ДОННУ», г. Донецк;

*Павлыш Владимир Николаевич* — доктор технических наук, профессор, заведующий кафедрой прикладной математики ГОУВПО «ДОННТУ», г. Донецк.

**Автор:**

*Иваница Сергей Васильевич* — кандидат технических наук, доцент кафедры компьютерной инженерии, директор Центра информационных компьютерных технологий ГОУВПО «ДОННТУ», г. Донецк.

**Иваница, С. В.**

И19      Арифметико-логические основы цифровых автоматов. Арифметика чисел с фиксированной запятой : учеб. для обучающихся образоват. учреждений высш. проф. образования / С. В. Иваница ; ГОУВПО «ДОННТУ». — Донецк : УНИТЕХ, 2021. — 420 с. : ил.

**ISBN 978-966-8248-94-8**

В книге рассматриваются арифметико-логические основы цифровых автоматов, оперирующих числами в формате с фиксированной запятой. В рамках данной тематики широко освещены вопросы кодирования чисел, детально рассмотрены преобразования в различные системы счисления, описаны принципы построения логических систем. Арифметика над числами с фиксированной запятой представлена обширным теоретическим материалом и большим набором примеров реализации базовых и ускоренных алгоритмов для основных арифметических операций.

Учебник предназначен для специалистов в области вычислительной техники и цифровой автоматики, занимающихся разработкой операционных устройств, а также для аспирантов, магистрантов и студентов соответствующих специальностей вузов.

УДК 004.312.44(075.8)+004.222.2(075.8)

ББК 32.973.26-018я73

ISBN 978-966-8248-94-8

© Иваница С. В., 2021

© ГОУВПО «ДОННТУ», 2021

# СОДЕРЖАНИЕ

---

---

Введение.....	11
---------------	----

## **ГЛАВА 1. СИСТЕМЫ СЧИСЛЕНИЯ. СПОСОБЫ ПРЕДСТАВЛЕНИЯ ЦЕЛЫХ И ДРОБНЫХ ЧИСЕЛ В РАЗЛИЧНЫХ СИСТЕМАХ СЧИСЛЕНИЯ ..... 15**

1.1. Изображения чисел. Системы счисления.....	15
1.1.1. Классификация систем счисления.....	17
1.1.2. Арифметические действия в различных системах счисления.....	21
1.2. Критерии выбора основания системы счисления.....	23
1.3. Перевод чисел из одной системы счисления в другую.....	30
1.3.1. Классические основы перевода чисел из системы счисления с основанием $k_1$ в систему счисления с основанием $k_2$ .....	32
1.3.2. Перевод целых чисел из системы счисления с основанием $k$ в десятичную систему счисления ( $k \rightarrow 10$ ).....	37
1.3.3. Перевод дробных чисел из системы счисления с основанием $k$ в десятичную систему счисления ( $k \rightarrow 10$ ).....	38
1.3.4. Перевод целых чисел из десятичной системы в систему счисления с основанием $k$ ( $10 \rightarrow k$ ).....	39
1.3.5. Перевод дробных чисел из десятичной системы в систему счисления с основанием $k$ ( $10 \rightarrow k$ ).....	41

1.3.6. Особенности автоматического перевода из одной системы счисления в другую .....	43
1.4. Выводы .....	46
Контрольные вопросы для самопроверки знаний .....	47

## **ГЛАВА 2. АРИФМЕТИЧЕСКИЕ ОПЕРАЦИИ СЛОЖЕНИЯ И ВЫЧИТАНИЯ ЧИСЕЛ С ФИКСИРОВАННОЙ ЗАПЯТОЙ.....49**

2.1. Указание положения запятой. Фиксированная и плавающая запятая .....	49
2.1.1. Фиксированная запятая .....	49
2.1.2. Плавающая запятая .....	52
2.2. Представление положительных и отрицательных чисел в операционном автомате .....	55
2.2.1. Прямой код .....	55
2.2.2. Обратный код .....	57
2.2.3. Дополнительный код .....	59
2.3. Сложение и вычитание чисел со знаком в формате с фиксированной запятой.....	65
2.4. Определение переполнения разрядной сетки при сложении чисел с фиксированной запятой .....	74
2.4.1. Признаки переполнения разрядной сетки.....	74
2.4.2. Модифицированные коды .....	77
2.5. Выводы .....	82
Контрольные вопросы для самопроверки знаний .....	84

## **ГЛАВА 3. ОПЕРАЦИОННЫЕ СХЕМЫ И АЛГОРИТМЫ СЛОЖЕНИЯ И ВЫЧИТАНИЯ ЧИСЕЛ С ФИКСИРОВАННОЙ ЗАПЯТОЙ.....85**

3.1. Классификация суммирующих схем .....	85
3.2. Одноразрядные суммирующие схемы.....	87
3.2.1. Четвертьсумматор .....	87
3.2.2. Полусумматор.....	89

3.2.3. Полный одноразрядный сумматор .....	92
3.2.4. Полный одноразрядный сумматор в базисе И-НЕ .....	95
3.3. Реализация многоразрядных сумматоров .....	98
3.3.1. Последовательный многоразрядный сумматор.....	98
3.3.2. Параллельный многоразрядный сумматор .....	100
3.3.3. Ускорение работы параллельного сумматора .....	103
3.3.4. Постбинарные суммирующие компоненты.....	113
3.4. Схемы сложения и вычитания двоичных чисел .....	124
3.4.1. Реализация логических функций .....	124
3.4.1. Операционные схемы и микрооперации.....	128
3.4.2. Операционные схемы и микроалгоритмы сложения и вычитания двоичных чисел .....	135
3.5. Сдвиги машинных чисел .....	139
3.5.1. Арифметический сдвиг чисел, представленных в ПК .....	140
3.5.2. Арифметический сдвиг чисел, представленных в ОК .....	141
3.5.3. Арифметический сдвиг чисел, представленных в ДК .....	143
3.6. Выводы .....	144
Контрольные вопросы для самопроверки знаний .....	145

## **ГЛАВА 4. УМНОЖЕНИЕ ДВОИЧНЫХ ЧИСЕЛ С ФИКСИРОВАННОЙ ЗАПЯТОЙ.....147**

4.1. Общие сведения об умножении чисел.....	147
4.2. Методы умножения двоичных чисел без знака .....	149
4.2.1. Умножение по методу А.....	153
4.2.2. Умножение по методу Б .....	156
4.2.3. Умножение по методу В.....	160
4.2.4. Умножение по методу Г .....	162
4.3. Алгоритмы умножения чисел с фиксированной запятой в прямом коде.....	164
4.4. Алгоритмы умножения чисел с фиксированной запятой в дополнительном коде .....	170

4.4.1. Умножение по методу А чисел с фиксированной запятой, заданных в ДК .....	171
4.4.2. Умножение по методу Б чисел с фиксированной запятой, заданных в ДК .....	173
4.4.3. Умножение по методу В чисел с фиксированной запятой, заданных в ДК .....	181
4.4.4. Умножение по методу Г чисел с фиксированной запятой, заданных в ДК .....	186
4.5. Алгоритмы ускоренного умножения чисел, заданных в прямом коде .....	188
4.5.1. Метод пропуска такта суммирования .....	190
4.5.2. Семейство методов Бута .....	191
4.5.3. Метод ускоренного умножения Лемана .....	205
4.5.3. Метод ускоренного умножения Мак-Сорли .....	212
4.5.4. Алгоритмы Карцева .....	223
4.6. Алгоритмы ускоренного умножения чисел, заданных в дополнительном коде .....	235
4.6.1. Умножение чисел, заданных в ДК, методом Бута .....	235
4.6.2. Ускоренные алгоритмы Лемана для умножения чисел, заданных в ДК .....	241
4.6.3. Реализация алгоритмов Мак-Сорли для ускоренного умножения чисел, заданных в ДК .....	245
4.6.4. Алгоритмы Карцева для ускоренного умножения чисел, заданных в ДК .....	250
4.7. Выводы .....	257
Контрольные вопросы для самопроверки знаний .....	259

## **ГЛАВА 5. ДЕЛЕНИЕ ДВОИЧНЫХ ЧИСЕЛ С ФИКСИРОВАННОЙ ЗАПЯТОЙ.....261**

5.1. Общие сведения о делении двоичных чисел .....	261
5.2. Алгоритмы деления чисел с фиксированной запятой, заданных в прямом коде .....	263
5.2.1. Деление по методу А1 чисел с фиксированной запятой, заданных в ПК .....	264
5.2.2. Деление по методу А2 чисел с фиксированной запятой, заданных в ПК .....	271

---

5.2.3. Деление по методу Б1 чисел с фиксированной запятой, заданных в ПК .....	275
5.2.4. Деление по методу Б2 чисел с фиксированной запятой, заданных в ПК .....	279
5.3. Алгоритмы деления чисел с фиксированной запятой, заданных в дополнительном коде .....	283
5.3.1. Деление по методу А2 (без восстановления остатка) чисел с фиксированной запятой, заданных в ДК .....	284
5.3.2. Деление по методу Б2 (без восстановления остатка) чисел с фиксированной запятой, заданных в ДК .....	291
5.4. Методы ускорения операции деления .....	293
5.4.1. Первый метод ускорения операции деления .....	295
5.4.2. Второй метод ускорения операции деления .....	303
5.5. Выводы .....	310
Контрольные вопросы для самопроверки знаний .....	312
Заключение .....	313
Список литературы .....	315
Список условных обозначений .....	321
Глоссарий .....	323
Предметный указатель .....	327
Приложение А. Арифметические основы цифровых автоматов ..	329
Приложение Б. Логические основы цифровых автоматов .....	345
Приложение В. Таблица перевода дробного формата чисел с фиксированной запятой, заданных в дополнительном коде .....	411



## Иваница Сергей Васильевич

Кандидат технических наук, доцент кафедры компьютерной инженерии Донецкого национального технического университета



В книге рассматриваются арифметико-логические основы цифровых автоматов, оперирующих числами в формате с фиксированной запятой.

В рамках данной тематики широко освещены вопросы кодирования чисел, детально рассмотрены преобразования в различные системы счисления, описаны принципы построения логических систем. Арифметика над числами с фиксированной запятой представлена обширным теоретическим материалом и большим набором примеров реализации базовых и ускоренных алгоритмов для основных арифметических операций.

Для специалистов в области вычислительной техники и цифровой автоматики, занимающихся разработкой операционных устройств, а также для аспирантов, магистрантов и студентов соответствующих специальностей вузов.



Посвящается 100-летию со дня основания  
Донецкого национального технического университета